

京都大学教育研究振興財団助成事業  
成果報告書

平成24年12月17日

公益財団法人京都大学教育研究振興財団

会長 辻 井 昭 雄 様

所属部局・研究科 工学研究科

職名・学年 教授

氏名 西 脇 眞 二

|            |   |               |
|------------|---|---------------|
| 助成の種類      | 平成24年度 ・ 研究者交流支援 ・ 在外研究短期助成   |               |
| 研究課題名      | トポロジー最適化の数学的基礎理論に関する研究  |               |
| 受入機関       | Ecole Polytechnique(エコール・ポリテクニーク)   |               |
| 渡航期間       | 平成24年11月 2日 ～ 平成24年11月19日   |               |
| 成果の概要      | タイトルは「成果の概要／報告者名」として、A4版2000字程度・和文で作成し、添付して下さい。「成果の概要」以外に添付する資料 <input checked="" type="checkbox"/> 無 <input type="checkbox"/> 有( ) |               |
| 会計報告       | 交付を受けた助成金額  | 255,000円      |
|            | 使用した助成金額  | 255,000円      |
|            | 返納すべき助成金額   | 0円            |
|            | 助成金の使途内訳  | 滞在費および日当に全額使用 |
| 当財団の助成について | (今回の助成に対する感想、今後の助成に望むこと等お書き下さい。助成事業の参考にさせていただきます。)<br>今回上記大学に滞在する機会をいただき、深く感謝申し上げます。本滞在により、多くの有益な情報を得ることができました。今後とも、よろしく願います。       |               |

## 成果の概要／報告者名：西脇眞二

今回、トポロジー最適化の数学的基礎理論の構築の一環として、フランス、Ecole Polytechnique の Grégoire ALLAIRE 教授の研究室に、平成 24 年 11 月 5 日～平成 24 年 11 月 16 日の間滞在し、ALLAIRE 教授とトポロジー最適化の課題について、多くの議論を行った。以下にその概要を説明する。

トポロジー最適化は、構造の形状と形態の変更を可能とする最も自由度の高い構造最適化の方法で、機械産業を中心に広く利用されている。しかしながら、このトポロジー最適化は、本質的な課題として、数値不安定性の問題をもつ。すなわち、図 1(a)に示すように、最適構造の境界が不明確なグレースケールを生じたり、図 1(b)に示すように製造不可能な極めて複雑な部分構造で構成される構造を得たりする問題をもつが、従来までにはこれらの問題を抜本的に解決する方法は見いだされていなかった。

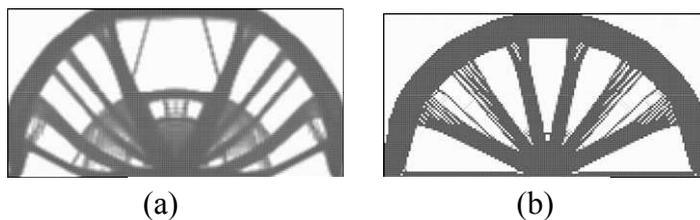


図 1 従来法により得られた最適構造



図 2 新しく開発した方法により得られた最適構造

これに対して、本申請者の研究グループでは、これらの問題を本質的に解決可能な新しいトポロジー最適化の方法論として、レベルセット法の形状表現とフェーズフィールド法に基づく構造最適化の方法を世界に先駆けて開発してきた。これにより、図 2 に示したように、グレースケールがない工学的に意味のある極めて明瞭な最適構造が得られるようになった。しかしながら、本法論の詳細は工学的な見地に立った試行錯誤により開発しており、数学的な背景および理論については、未だ明確にされていない。本滞在では、数学的基礎理論の構築を行うため

に、以下の課題について、ALLAIRE 教授と議論した。

#### 1. 設計空間の緩和法について

従来のトポロジー最適化の方法では、設計空間の緩和方法として均質化法が用いられているのに対して、申請者のグループの方法ではチョコノフの正規化法を用いている。ALLAIRE 教授の意見では、チョコノフの正規化法では均質化法のような十分な設計空間の緩和がされていないとのことであった。しかし、十分な設計空間の緩和は、前述のグレースケールを許容することになり、工学的には解釈が難しい、すなわち製造困難な最適構造が得られてしまう可能性をもつ。これに対して、チョコノフの正規化法は、その状態を許容してないことから、工学的に意味のある最適構造を提供しているという意味では、意義があるとのことであった。

#### 2. 設計感度の導出について

ALLAIRE 教授の論文では、設計感度の導出の際に、感度をフレシェ微分として記述している。しかし、他の工学分野における論文では、ガトー微分としての記述が多い。これについて ALLAIRE 教授から、変分のより広い概念、すなわち微分をとる方向を特定するのはなく、任意に決定できるという考え方に立脚すれば、フレシェ微分として記述する方がよりよいが、フレシェ微分が存在するときその値はガトー微分を同じになるため、実際に変分をとる操作をするときには、ガトー微分でよいと教示いただいた。ただし、ガトー微分が存在したとしても、必ずしもフレシェ微分は存在しないので、注意が必要とのことであった。

#### 3. 構造境界と設計感度の関連性について

構造境界をレベルセット法により表現した場合には、境界上には有限要素の節点は存在しないため、設計感度などの導出に際しては何らかの補間方法が必要となる。さらに、目的関数を設計領域ではなくレベルセット関数の関数とすれば、目的関数にはヘビサイド関数を用いる必要があるが、その際、境界上の形状微分たる目的関数の設計感度にはデルタ関数が必要となる。しかしながら、数値計算においてデルタ関数を厳密に表現することはできないため、近似式を利用することになる。このことが設計感度の計算において誤差を生じるため、最適化が収束しない問題を生じる。この問題を解決する方法として、設計感度を境界上の形状微分ではなく境界上の接線方向に関する微分に置き換える方法があることを教えていただいた。今後、調査・検討していく予定である。

#### 4. トポロジカルデリバティブの利用について

本申請者の研究グループで開発したトポロジー最適化の方法では、設計感度

の導出の際に、形状微分となる設計感度を設計領域に定義されるトポロジカルデリバティブに置き換えているが、その置き換えに数学的根拠がない。この点について、ALLAIRE 教授と議論したが、やはり数学的根拠が見えないとのこと。今後十分に検討し、置き換えが正しいことを示す数学的な証明を導く必要があることがわかった。また、我々の論文で用いたトポロジカルデリバティブの値は、近年の研究で間違っていることが判明しており、正しい値を用いた定式化と数値実装も必要であることも教示いただいた。