

京都大学教育研究振興財団助成事業
成 果 報 告 書

平成30年4月23日

公益財団法人京都大学教育研究振興財団
会 長 辻 井 昭 雄 様

所属部局 理学研究科 数学教室

職 名 研 究 員

氏 名 小 寺 諒 介

助成の種類	平成29年度 ・ 研究活動推進助成			
研究課題名	アフラインヤングアンの表現論とR行列			
共同研究者	(所属・職名・氏名)			
発表学会文献等	(この研究成果を発表した学会・文献等) 講演「Higher level Fock spaces and affine Yangian」, RIMS共同研究(公開型)「可積分系の教理と応用」 講演「Higher level Fock spaces and affine Yangian」, Higher School of Economics (モスクワ) 論文「Higher level Fock spaces and affine Yangian」, Transformation Groupsに受理済み			
成果の概要	研究内容・研究成果・今後の見通しなどについて、簡略に、A4版・和文で作成し、添付して下さい。(タイトルは「成果の概要／報告者名」)			
会計報告	交付を受けた助成金額	1,000,000 円		
	使用した助成金額	1,000,000 円		
	返納すべき助成金額	0 円		
	助成金の使途内訳	費 目	金 額	
		国内旅費	514,938	
		設備備品費	272,300	
消耗品費		212,762		
当財団の助成について	(今回の助成に対する感想、今後の助成に望むこと等お書き下さい。助成事業の参考にさせていただきます。) 研究活動全般に渡って使うことのできる助成の制度は素晴らしいと思います。特に若い研究者に向けて、申請の段階では成果のない研究計画を支援する活動は重要であり、続けていってほしいと思います。			

成果の概要／小寺諒介

量子群の表現論の研究は、物理的な背景のもとで80年代に始まり、90年代の豊富多様体の導入によって幾何学的な視点を得た。特に重要なのが、R行列と呼ばれる線型写像を具体的に表示することである。本研究の目標は、アファインヤンギアンと呼ばれる量子群に対して、そのR行列の具体的な表示を調べ表現論の研究に応用することだった。そのために研究担当者が代数的に構成した表現と、豊富多様体から生じる幾何学的な表現とを比較し、詳細な性質を明らかにする必要があった。

この目標の達成に向けて、次のような研究を行った。

1. パラメータを特殊化した古典極限における表現の同定
2. アファインヤンギアンへのブレイド群作用とハイゼンベルグ代数の構成

また、平成28年度以前に執筆した論文「Higher level Fock spaces and affine Yangian」の改訂作業を行い、学術雑誌に受理された。

1の内容について述べる。アファインヤンギアンは二つのパラメータを持つ。そのうちの一つをゼロに特殊化した代数は円周上の行列値微分作用素のなすリー代数と関係があることが知られている。後者の代数は共形場理論やソリトン理論といった数理物理学の研究と親和性が高く90年代にその表現論が調べられていた。研究担当者は、自らが構成した表現のパラメータを特殊化することで、すでに知られている基本的な表現が得られることを確認した。この事実はTsybaliukの論文内ですでに述べられていることをその後発見したが、Tsybaliukの論文では証明の詳細は省略されており、確認のために自身で行った計算は、今後さらに研究を進めていくうえでの手がかりになることを期待している。

次に2の内容について述べる。パラメータを特殊化したアファインヤンギアンはハイゼンベルグ代数を部分代数として含み、この部分代数が表現論の重要な部分を統制している。パラメータを特殊化する前の段階でアファインヤンギアンがハイゼンベルグ代数を含むことが示されれば、アファインヤンギアンの表現論を調べるうえで強力な道具になる。さらに、共形場理論や可積分系の理論への応用を視野に入れば、このような部分代数を持つことはアファインヤンギアンの代数としての正当性を補強する事実となるだろう。この主張を完全に証明するには至っていないが、本研究により、次のような弱い形の主張を示すことができた。

(定理)Guayによってアファインヤンギアンから一般線型リー代数のアファイン化の展開環への代数準同型写像が定義されていた。この写像が全射であることを証明した。

論文は現在準備中である。

証明のために、アファインヤンギアンのある自己同型写像の族を導入し、それらがブレイド群の関係式を満たすことを証明した。この結果はDrinfeld-神保の量子群に対してはよく知られている事実のヤンギアンに対する類似である。この結果自体も、今後のアファインヤンギアン

の研究に役立つ重要なものになると期待している。

平成29年度は、R行列の性質を調べるために必要となることが期待される基礎的な理論の整備を行い、成果を挙げる事ができた。この成果については評価できるが、R行列の研究のものにはほとんど手がつけられなかったことは残念である。しかしながら、アファインヤングアーンは2000年代半ばに定義されその存在は認識されていたものの、非常に基本的な性質がいまだに未整備のままであることを考えると、本研究の成果は今後の研究を進めていくうえで基本的かつ重要なものであると考えている。幸いなことに平成30年度からの科学研究費が採択されたので、本研究で明らかになった事実を踏まえて、R行列の研究とその応用に向けて研究を続けていきたい。

研究費の具体的な使途について述べる。

約半額を旅費に使用し、研究集会での資料収集・成果発表および研究打ち合わせを行った。こうした活動の中で、研究の方向性や証明のアイデアについて着想し、着実に研究を進めることができた。

設備備品費の使途は、ノートパソコンの購入である。これは研究中の資料の収集と整理、現在準備中の論文執筆に欠かせない役割を果たした。学術雑誌に受理された論文の改訂作業にもこのノートパソコンを使用した。

消耗品費は図書・文具・コンピュータ関係の備品購入に充てた。いずれも研究を円滑に進めるうえで大変役に立った。