

京都大学教育研究振興財団助成事業
成 果 報 告 書

令和元年6月6日

公益財団法人京都大学教育研究振興財団

会 長 藤 洋 作 様

所属部局 理学研究科 物理学 宇宙物理学専攻

職 名 助教

氏 名 松本 剛

助成の種類	平成30年度 ・ 研究活動推進助成			
申請時の科研費 研究課題名	オイラー方程式の散逸的弱解の数値的構成に基づく乱流理論の構築			
上記以外で助成金を 充当した 研究内容	次元エンストロフィーカスケード乱流の対数補正の研究			
助成金充当に関 わる共同研究者	(所属・職名・氏名) 仏 Univ. Cote d'Azur ・ 名誉教授 ・ Uriel FRISCH			
発表学会文献等	(この研究成果を発表した学会・文献等) 日本物理学会年次大会 (2019/3/14九大) 松本剛			
成果の概要	研究内容・研究成果・今後の見通しなどについて、簡略に、A4版・和文で作成し、添付して下さい。(タイトルは「成果の概要／報告者名」)			
会計報告	交付を受けた助成金額	450,000 円		
	使用した助成金額	450,000 円		
	返納すべき助成金額	0 円		
	助成金の使途内訳	費 目	金 額	
		旅費	425,350円	
		消耗品	15,368円	
図書費		9,282円		
当財団の助成に ついて	(今回の助成に対する感想、今後の助成に望むこと等お書き下さい。助成事業の参考にさせていただきます)			

我々の身の回りの水や空気の流れは、時間的にも空間的にも大きく変動して規則的とは言えない状態にある。これは乱流と呼ばれる。例えば、線香の煙で可視化される乱流の特徴は、様々な大きさの渦が生成消滅することである。乱流の物理学は、この乱流の乱れを力学の観点から記述して理解することを目指す。物理学では乱れの代表的なものはブラウン運動であるが、乱流の乱れとブラウン運動の乱れの間には大きな違いがあることが知られている。この乱流の速度揺らぎを統計的に扱い、統計量がどのような法則に従うのか？という点はこれまでに膨大な研究がなされてきた。その結果、乱流速度揺らぎには、ほぼどのような場合にでも成立する法則があることがわかっている。その一方で、この法則を乱流を記述する方程式(ナビエ・ストークス方程式)から演繹的に明らかにすることは現在の理論物理や数学の道具では不可能と考えられている。この乱れを理解することができれば、乱流にともなう空気抵抗や騒音といった実用上の問題をかなりの程度、解消することができるかもしれない。

乱流の法則は、べき則として現れ、このべき則の指数が普遍的であると考えられている。また、十分に発達した乱流では、この指数は一意ではなく、複数存在してその分布に普遍的な法則があるかもしれないとの予想もある。さて、最近、オイラー方程式(ナビエ・ストークス方程式で粘性をゼロにしたもの)の一般化された解で、こうしたべき則をもつものが数学的に構成され、大きな驚きをもって迎えられた。もちろん、これらの数学的な解はナビエ・ストークス方程式の古典解ではなくオイラー方程式の弱解である。このため、乱流を物理的に理解する上で、意義があるのかどうかは自明なことではない。しかし、オイラー方程式の弱解の中には乱流とおなじ法則をみたすものがあることが既に指摘されている。また、乱流の不可欠要素である非線形性は両方程式で同一である。この2つの状況証拠と、数学的な解が乱流のスケーリング則と共通のものをもつことを考えると、その物理的な意義をさぐる価値は十分にあると考えられる。

この数学的な解の構成方法のさらに特筆すべき点は、高度に技巧的な部分があるものの、アルゴリズム的な反復法であることである(Buckmaster et al., *Comm. Pure App. Math.* 72, 229--274 (2019))。従って、申請者はこの解の構成法を数値シミュレーション化できると判断した。本研究では、この数値シミュレーションプログラムの作成を実際の目的とした。このため、構成法の開発者の1人である L. Szekelyhidi 氏(独 Leipzig 大)の協力を得た。また、U.Frisch 氏(仏 Cote d'Azur 大)の協力も得た。プログラムは研究期間中に完成した。ただし、複数の個所で、不可避免的に導入せざるを得なかった数値的に粗い近似があり、これらの点では改良の余地がある。おそらく、この粗い点は数学的な解の物理的な意義を探る上では深刻な影響はないと考えられる。また、試験的なシミュレーションでは、数値的な不安定性は見られなかった。この結果は 2018 年 12 月の専門的な研究会で発表した。

また、2018 年 9 月に日本流体力学会の招きで阪大を訪れた U.Frisch 氏の日本国滞在日程を本助成によって 3 週間弱にまで伸ばすことができた。この結果、シミュレーションを使って物理的な意義の何をどのように、どこまで探るべきかなどの点について得難い議論をすることができた。もちろん、この意義探索は、乱流物理で計測される標準的な統計量を、シミュレーションで得られた数学的な解について計算することから始めることになる。これは現在進行中である。同時に、この解の構成方法には大きな自由度があり(特に、スケーリング則の指数が可変である)、この自由度を活かして様々な解を構成したうえで比較することも可能である。今日、乱流の理論研究の主流は、ナビエ・ストークス方程式をコンピュータで可能な限り正確にシミュレーションすることである。しかし「なぜそうなるのか」という基礎的な問いに対しては、このアプローチだけでは突破口を得ることは困難

である。そこで、上記のような解の柔軟性を活かした構成的なアプローチを通じて、質的に新しい突破口が得られると予想している。

以上に述べた「オイラー方程式の散逸的弱解の数値的構成に基づく乱流理論の構築」のテーマの他に、空間 2 次元の乱流の性質についても研究を行った。空間 2 次元の乱流は地球大気モデルでもあり、純粋に理論的な設定というわけではない。この 2 次元乱流では、上述したような 3 次元乱流のべき法則に類似の普遍的なべき法則があるが、そこには対数関数的な補正があるとの予言がある。この予言は実験や数値シミュレーションで明瞭に確かめられてはいない。本研究では、シミュレーションによって 2 時刻相関関数を用いて、対数補正を直接確認することをめざした。しかし、従来の物理量の 2 時刻相関関数では明瞭に確認できなかった。この結果は 2019 年 3 月に物理学会で報告をした。当初の目論見は失敗したものの、その理由の考察から改善案を考案中である。